

ספריית לויתן – ספרי מופת בפילוסופיה

גוטלוב פרגה כתב מושגים

עורך ומתרגם גלעד ברעלי

הוצאת שלם, ירושלים התשס"ד

GOTTLOB FREGE
BEGRIFFSSCHRIFT

עורכת סדרה: יעל חזוני
עורכת לשון: מלכה בק
תרשימים וסדר: גלינה טוקר
הפקה: מרינה פיליפודי ורחל קביץ

© 2004

כל הזכויות של המהדורה העברית
שמורות למרכז שלם, רחוב הצפירה 22א, ירושלים
Cover Picture: "Proun" (1922-1923) by El Lissitzky
Solomon R. Guggenheim Museum, New York
Copyright: The Solomon R. Guggenheim Foundation, New York

הפצה:

מרכז שלם, רחוב אבישי 3, ירושלים
טל' 566-0601 (02), פקס 566-0590 (02)
E-mail: shalemorder@shalem.org.il

מסת"ב 965-7052-13-0 ISBN

דאנאקוד 496-1011

Printed in Israel

תוכן העניינים

ז	פתח דבר
יא	מבוא: הלוגיקה של פרנה
יא	א. פרטים ביוגרפיים
טו	ב. רקע היסטורי: נקודות ציון בתולדות הלוגיקה
ל	ג. ההישג הלוגי-פורמלי הכללי של 'כתב מושגים'
לז	ד. נושאים פילוסופיים אחרים: כתב ושפה, שיפוט ותוכן, זהות, פונקציה
פ	ה. הערות
פו	ו. ביבליוגרפיה
	כתב מושגים
3	הקדמה
8	תוכן מפורט
11	פרק א הסבר הסימנים
36	פרק ב הצגתם וגזירתם של כמה שיפוטים של מחשבה טהורה
71	פרק ג סוגיות מתורת סדרות כללית
109	הערות

מבוא

הלוגיקה של פרגה

א. פרטים ביוגרפיים

אוטלופ לודביג פֶּרְגֶה נולד בוֹיֶסְמֶר שבגרמניה ב־8 בנובמבר 1848. אביו, קרל אלכסנדר, יסד בית ספר לבנות והיה מנהלו. אמו, אוגוסטה בילובלוצקי, הייתה מורה בכית הספר, ולאחר שבעלה נפטר עבר ניהול המוסד לידיה. ידוע על סופר יליד ויסמר בשם ארנולד פרגה, שיתכן שהיה אחיו. המשפחה הייתה לותרנית. פרגה סיים את לימודיו בבית הספר ב־1869 והחל מיד בלימודים באוניברסיטת יֶנָה, שם למד במשך ארבעה סמסטרים – מאביב 1869 עד חורף 1870. הוא למד בעיקר מתמטיקה – בין מוריו היו קרל סְנֶל, ארנסט אָבֶה והרמן שְפֶר; מעט פילוסופיה – ידוע על שיעור שלמד אצל קונו פישר על הפילוסופיה הביקורתית של קאנט; וכימיה (אצל גויטר). לאחר שסיים את לימודיו בֶּינָה עבר לגטינגן, כנראה בהשפעת מורו אָבֶה שעשה כך בעצמו כעשר שנים קודם לכן. פרגה למד שם במשך חמישה סמסטרים, מאביב 1871 עד סוף 1873, מתמטיקה, פיזיקה ופילוסופיה. ידוע על שיעור בפילוסופיה של הדת שלמד אצל רודולף הרמן לוֹצֶה. את עבודת הדוקטור שלו בגיאומטריה כתב בהדרכתו של ארנסט שרינג, וב־12 בדצמבר 1873 קיבל תואר דוקטור. ב־1874 הגיש את חיבור ההסמכה שלו² על מספרים מרוכבים (הדו"ח על ההגנה שהגן על חיבור ההסמכה שלו מציין כי "פרגה לא היה זריז ושוטף בדיבורו בעל פה ובתשובותיו").

פרגה החל ללמד באוניברסיטת ינה, שם קיבל משרה של מרצה ללא שכר – שוב בהשפעת אָפּה, שהיה תומכו העיקרי עד סוף ימיו. בתקופה זו חי עם אמו והיא זו שפרנסה אותו. באותה תקופה כתב פרגה כמה חיבורים מתמטיים שהרשימו את אבה ואת חברי המחלקה למתמטיקה באוניברסיטת ינה. בשנים הראשונות, למן קיץ 1874, קיבל על עצמו עומס הוראה כבד במיוחד, שחלק ניכר ממנו נפל על כתפיו בשל מחלתו של סנל. פרגה נחשב מורה מסור ומסודר ותלמידיו רחשו לו הערכה רבה. בין תלמידיו היה הלוגיקן והפילוסוף רודולף קרנאפ, לימים אחד מראשי הפוזיטיביזם הלוגי. קרנאפ מספר באוטוביוגרפיה שלו, שמעט התלמידים שהשתתפו בשיעוריו של פרגה על כתב המושגים זכו בדרך כלל לראות את פניו של המורה רק ברגע שנכנס לכיתה ובסוף השיעור כשיצא ממנה; ביתר הזמן היה נוהג לפנות אל הלוח ולמלא אותו בנוסחאות הלוגיות שלו. גם גרשם שלום באוטוביוגרפיה שלו מציין ששמע שיעור של פרגה.

ב־1887 נשא פרגה לאישה את מרגרט ליסברג. נראה שהיו להם כמה ילדים, שמתו בגיל צעיר.³ בסביבות 1900 הם אימצו בן – קרל אלפרד. לודביג ויטגנשטיין, שביקר את פרגה ב־1911, תיאר את אלפרד כילד, ונראה אפוא שהוא אומץ כתינוק. ברבות הימים היה אלפרד מהנדס. במלחמת העולם השנייה שירת כחייל בצבא הגרמני וב־1944 נהרג בסביבות פריז.

ב־1918 פרש פרגה מעבודתו באוניברסיטת ינה. ב־26 ביולי 1925 נפטר בבאד קליינן. לפני מותו הוריש לבנו המאומץ את רכושו, שהיו כלולים בו כתבים שלא ראו אור. פרגה ציווה על בנו לשמרם היטב, כי לדבריו "יש בהם דברים חשובים, שברבות הימים יכיר העולם בערכם". קרל אלפרד מסר את עיזובו של אביו להינריך שולץ – פרופסור לפילוסופיה באוניברסיטת מינסטר, שניסה מאז ועד למותו ב־1956 להוציאם לאור, ללא הצלחה. במהלך ההפצצות של בעלות הברית על גרמניה הושמד העיזבון, אך העתקים שעשה שולץ נשארו שלמים, ומאוחר יותר, ב־1969, פורסמו בכרך כתבי העיזבון של פרגה.

דעותיו הפוליטיות של פרגה היו בתחילת דרכו ליברליות. הוא תמך בביסמרק וציידד ברפורמות סוציאליות, ביניהן אלה שהנהיג אבה במפעלי צייס. הפיזיקאי המפורסם אבה, שהיה, כאמור, פטרונו העיקרי באוניברסיטת ינה, החל את עבודתו המדעית בתחום התרמודינמיקה, המשיך כאסטרונום, ומאמצע שנות השבעים ואילך עסק בעיקר באופטיקה. בזכות הישגיו החשובים נתמנה למדען ראשי ולשותף במפעלי העדשות והמיקרוסקופים של

צייס. במסגרת תפקידו זה הנהיג במפעלים רפורמות סוציאליות שנחשבו מרחיקות לכת בזמנו, כגון יום עבודה של שמונה שעות, חופשות בתשלום, ימי מחלה בתשלום וקרן גמלאות. פרגה היה מקורב מאוד לאבה ותמך בדעותיו בענייני חברה. במשך רוב תקופת הוראתו בינה לימד פרגה ללא שכר באוניברסיטה והתפרנס ממלגה נדיבה מקרן צייס של אבה.

במהלך מלחמת העולם ולאחריה, בעיקר בזקנותו, קיבלו עמדותיו של פרגה מפנה לאומני וימני חריף. ביומן שהשאיר אחריו בולטת נימה קסנופובית כללית, דחייה של ההגמוניה התרבותית הצרפתית ושל השפעתה על חיי הרוח בגרמניה, ועמדות אנטישמיות מובהקות, לרבות צידוד בגירוש היהודים מגרמניה או לפחות בהצרת צעדיהם. נראה שבשנות חייו האחרונות, בראשית שנות העשרים של המאה העשרים, אף תמך בעמדותיו המוקדמות של היטלר. עמדות אלו לא היו נדירות בגרמניה שלאחר המלחמה, גם בחוגי האינטלקטואלים, ובמיוחד הניאורקאנטיאנים.

פרגה פרסם בחייו כארבעים חיבורים, ארבעה מהם ספרים (כולל חיבור ההסמכה). כבר ב־1875 פרסם ביקורת חשובה על ספרו של זיגר גורמי יסוד של האריתמטיקה*, שבה קבל על חסרונו של הגדרות למושגים ועל העדר הוכחות לאקסיומות.

פרגה נתמנה למרצה בשכר לאחר פרסום כתב מושגים ב־1879. הספר נחל כישלון ולא הובן כלל. הביקורות המעטות שפורסמו עליו היו פושרות במקרה הטוב.⁴ העובדה שהספר נמצא בספרייתו של הפילוסוף היהודי הגדול אדמונד הוסרל, עם הערות בכתב ידו בשני הפרקים הראשונים, מעידה על כך שהוא קרא לפחות את הפרקים הללו. בתגובה לביקורות על הספר כתב פרגה את מאמרו המבריק "הלוגיקה התחשיבית של בול וכתב המושגים שלי", אבל שלושת כתבי העת שאליהם פנה לא הסכימו לפרסמו. אפילו נוסח קצר יותר לא נתקבל לפרסום. חיבור זה, כמו רבים אחרים, פורסם רק ב־1969 כאשר יצא לאור כרך כתבי העיזבון** שלו. גורל דומה נחל גם ספרו השני, יסודות האריתמטיקה,[#] שנכתב בעצתו של קרל שטומף, שיעץ לפרגה לפרסם את עיקרי רעיונותיו בנוסח טכני פחות מזה שבספר כתב מושגים. שלוש הביקורות היחידות שפורסמו בתגובה לספר – מאת הופה, לְסוויץ וקנטור –

* H. Seeger, *Die Elemente der Arithmetik*

** *Nachgelassene Schriften*

Grundlagen der Arithmetik

היו כולן גרועות. במשך עשרים שנה התעלמו, למעשה, מהספר (למעט הוסרל, שלמד אותו והושפע ממנו). גם ספרו הגדול של פרגה, חוקי יסוד של האריתמטיקה (1893)*, לא זכה להצלחה. רק שתי ביקורות נכתבו עליו (בידי ריינהולד הופּה וג'וזפה פּאָנו), שתיהן שליליות. המוציא לאור הסכים לפרסם את הכרך הראשון תחילה, ורק אם הראשון יזכה להצלחה – גם את השני; כיוון שהראשון לא הצליח סירב המוציא לאור לפרסם את הכרך השני, אולם פרגה לא ויתר ופרסם אותו על חשבונו ב־1903.

בראשית שנות התשעים, כנראה במקביל לעבודתו על הכרך הראשון של חוקי יסוד של האריתמטיקה, פרסם פרגה שלושה מאמרים חשובים שציינו תפנית של ממש בעמדותיו: "פונקציה ומושג" (1891), "על מובן והוראה" (1892) ו"מושג ואובייקט" (1892)**. מקובל לראות מאמרים אלו כמייצגים את ראשית תקופתו הבוגרת.

בתקופה שבין השנים 1906 ו־1918 פרסם פרגה חיבורים מעטים ולא חשובים יחסית. ייתכן שהושפע ממות אשתו (ב־1905), ויש המייחסים זאת לרפיון שאחז בו משום שלא הצליח להתגבר על האי־עקביות של מערכת האקסיומות של חוקי יסוד של האריתמטיקה, שנתגלתה עקב גילוי הסתירה הידועה כ"פרדוקס ראסל". פרגה הכיר בכך ששימושו הקודם במושג גורף של קבוצה או היקף (אקסטנסיה) של פרדיקאט אינו לגיטימי ושיש לבסס מושגים אלו בצורה מספקת מבחינה פילוסופית ומבחינה פורמלית; אך למרות עבודה מאומצת הוא לא הצליח לעשות זאת בדרך שתניח את דעתו. ב־1918-1919 פרסם שלושה חיבורים חשובים, ובהם המאמר "המחשבה" (1918).# נראה שהיה בכוונתו של פרגה לכלול חיבורים אלו, יחד עם חיבורים שקטעים מהם נשארו בעיזבוננו, בספר מבוא ללוגיקה, שלא הושלם ולא יצא לאור. פיטר גיץ' הוציא לאור תרגום אנגלי של שלושת המאמרים הללו כספר בשם מחקרים לוגיים.## בראשית שנות העשרים כתב פרגה (אך לא פרסם) כמה חיבורים שעולה מהם נימה של ייאוש מן האפשרות לבסס את מושג הקבוצה – הבעיה העיקרית שליוותה אותו מאמצע שנות השמונים – ומן האפשרות להעמיד את האריתמטיקה על הלוגיקה ולהוכיח את אופייה האנליטי של

* *Grundgesetze der Arithmetik*

** "Funktion und Begriff," "Über Sinn und Bedeutung," "Begriff und Gegenstand"

"Der Gedanke"

Logical Investigations

האריתמטיקה. במקום זה מסתמן בחיבורים אלו ניסיון לביסוס האריתמטיקה על הגיאומטריה, שבעיני פרגה הייתה תמיד "סינתטית", במובן קרוב לזה של קאנט.

ב. רקע היסטורי: נקודות ציון בתולדות הלוגיקה

כדי להבין את גודל ההישג המהפכני של כתב מושגים יש לדעת מה היה מצבה של הלוגיקה עד לדור שקדם לפרגה. בדברים שלהלן נסקור בקיצור נמרץ כמה ציוני דרך בתולדות הלוגיקה (בתרבות המערבית) שיתנו מושג כללי בעניין זה. נצטמצם כאן להיבטים פורמליים של הלוגיקה, ולא נעסוק בעיונים פילוסופיים שהם על גבול הלוגיקה. בפרק השלישי ובפרק הרביעי של המבוא נסקור כמה מן ההישגים העיקריים ורעיונות היסוד של כתב מושגים.

אריסטו (384–322 לפנה"ס)

אמנם ניתן למצוא עיונים לוגיים חריפים למכביר בדיאלוגים האפלטוניים ובכתבי הסופיסטים היוונים, אולם הראשון שראה בלוגיקה מדע ופיתח אותה היה אריסטו. הישגיו העצומים של אריסטו בתחום זה מרוכזים בעיקר בשני חיבורים: על הפרשנות וניתוחים מוקדמים. הם שעיצבו את התחום למשך למעלה מאלפיים שנה שבהן, למעשה, העיסוק בלוגיקה לא היה אלא פרשנות לכתבי אריסטו. את עיקריהם של הישגים אלו אפשר לסכם בארבעה ראשי פרקים:

(א) אבחון הבעיה – השאלה הכללית בדבר תקפותם של טיעונים והוכחות. הלוגיקה עוסקת בשאלה, ששכיחותה בחיי היומיום שלנו ובפעילותנו האינטלקטואלית המגוונת מעלימה לפעמים את גודל הפלא שבה: לדוגמא, אם נכון שכל הפילוסופים חכמים, ואם נכון גם שישנם פילוסופים שאינם יודעים מתמטיקה, אז בהכרח נכון גם שיש חכמים שאינם יודעים מתמטיקה. מה פשר "בהכרח" כאן? האם נכתיב לעולם איך להתנהג? הרי כל שלוש

הטענות הן טענות אמפיריות, עובדתיות, התלויות במצב הדברים בעולם. האם אין אפשרות שהעולם יהא כזה ששתי הטענות הראשונות תהיינה אמיתיות, והשלישית – שקרית? ואם אכן אין אפשרות כזו, איך נסביר זאת? מה עומד ביסודה של אייאפשרות זו? מה עומד ביסוד הטענה, שאם שתי הטענות הראשונות אמיתיות, העולם מוכרח להיות כזה שגם השלישית אמיתית?

ברור שאנשים חושבים, מתמטיקאים, פילוסופים, אנשי מדינה ומשפט וכיוצא באלה, טענו טיעונים, הוכיחו משפטים והתווכחו על טיעונים ועל הוכחות קודם לאריסטו, וזאת מבלי לתת את דעתם על שאלות אלו. אך דומה שאריסטו הוא הראשון שהבחין כאן בבעיה כללית, שניתן לטפל בה בכלים כלליים: מה הם התנאים שבהם טיעון הוא תקף? באילו תנאים מסקנה אכן נובעת בהכרח מהקדמות? באופן כללי (ולא בדיוק אריסטוטלי; ראה להלן) אנו אומרים שטיעון הוא סדרת טענות, שהאחרונה שבהן, הקרויה מסקנה, אמורה לנבוע לוגית מן היתר, הקרויות הקדמות. האמירה שמסקנה נובעת באופן לוגי מהקדמות פירושה שלא יכול להיות שההקדמות אמיתיות והמסקנה שקרית. השאלה המרכזית של הלוגיקה היא מתי טיעון הוא תקף, כלומר באילו תנאים מסקנה אכן נובעת לוגית מהקדמות. גילוי השאלה הכללית הזאת הוא הישגו הראשון (ואולי העיקרי) של אריסטו בתחום.

(ב) משטור השפה. כמו פרגה, אלפיים שנה אחריו, אריסטו הכיר בסוגי טענות שונים, הן מבחינת מה שקרוי היום ה"כוח" שלהן – סוג מעשה הדיבור המתבצע בהבעתן – והן מבחינת הצורה הלוגית של הפסוקים שבאמצעותם מבטאים אותן. כדוגמא לעניין הראשון נציין את ההבחנה בין טענה חיוויית (אֶסְטוּרִית) ובין השערה, פקודה, בקשה, תפילה וכדומה. ביחס לעניין השני, שהוא מרכז דיוננו כאן, נתחוור לאריסטו עד מהרה כי פיתוח חוקים של טיעון או של היסק תקף וניסוחם מצריך "משטור" של השפה ואבחון סוגי פסוקים יסודיים שינוסחו באופן "קנוני" וסטנדרטי, כך שהיתר (לפחות בגבולות שבהם אנו מעוניינים) יוכלו להיתרגם אליהם ולהתנסח באמצעותם. הוא אבחן ארבעה סוגי פסוקים כאלה, הנקראים "פסוקים קטגוריים", שבכל אחד מהם שני "מונחים" – אחד נושא (סובייקט) ואחד נושא (פרדיקאט):

1. כולל חיובי – כל ה־A הם B; בפסוקים אלו הנושא כולל והנושא חיובי, והם נקראים פסוקים מסוג A; 2. כולל שלילי – שום A אינו B (או בניסוח שקול לזה – כל ה־A אינם B; פסוקים כאלה נקראים פסוקים מסוג E);

הקדמה

ההכרה באמת מדעית מתקדמת, בדרך כלל, בדרגות שונות של ודאות. בתחילה, אולי, משפט כללי משוער ממספר לא מספיק של מקרים פרטיים, והוא צובר יותר ויותר ביסוס באמצעות קישורו בקשרים היסקיים עם אמיתות אחרות, בין שאלה מסקנות הנגזרות ממנו, שתימצאנה מבוססות בדרכים אחרות, ובין שלהיפך, הוא מתגלה כמסקנה של משפטים, אשר ביסוסם כבר הוכר. לפיכך אפשר לשאול, מצד אחד, על הדרך שבה הגענו בהדרגה להכרה במשפט מסוים, ומצד אחר, על הדרך שבה ניתן כעת לספק לו את הביסוס היציב ביותר. על השאלה הראשונה אפשר שיהא עלינו לתת תשובות שונות, ביחס לאנשים שונים; השנייה היא החלטית יותר, והתשובה לה תלויה בטבעו הפנימי של המשפט הנידון. דרך ההוכחה המבוססת ביותר היא, כמובן, באופן לוגי טהור, שבו מתעלמים מהתכונות האופייניות המסוימות של הדברים ומסתמכים רק על החוקים שעליהם כל הכרה נסמכת. וכך, אנו מחלקים את כל האמיתות שצריכות הוכחה לשני סוגים, כשבאחד ההוכחה נערכת בדרך לוגית טהורה, ובאחרת חייבים לתמוך אותה בעובדות הניסיון. אולם בהחלט אפשרי, שאף על פי שמשפט הוא מן הסוג הראשון, הוא לא יוכל לעלות במודע ברוחם של בני האדם ללא פעילות החושים.* וכך,

* מאחר שללא תפיסה חושית התפתחות רוחנית אינה אפשרית ליצורים הידועים לנו, הסיפא חלה על כל השיפטים.

ביסוד החלוקה לא עומדת דרך ההיווצרות הפסיכולוגית, אלא אופן ההוכחה המושלם. עכשיו, מאחר שהצבתי לעצמי את השאלה, לאיזה משני סוגים אלו שייכים שיפוטי האריתמטיקה, היה עלי לחקור תחילה עד כמה אפשר להתקדם באריתמטיקה רק באמצעות היסקים, שאינם נשענים אלא על חוקי המחשבה, שהם מעבר לכל הפרטים. התכנית הייתה להראות תחילה שהמושג של סדר בסדרה (Anordnung in einer Reihe) ניתן להעמדה על המושג של נביעה לוגית, וזאת כדי להתקדם מכאן למושג המספר. כדי ששום דבר של אינטואיציה (Anschauliches) לא יוכל להסתגל מבלי משים, היה הכרח להציג את כל מה ששייך לשרשרת ההיסקית ללא כל פערים. ככל שניסיתי לעמוד בדרישה זו במלוא החומרה, ניצב בפני מכשול בדמות אי-התאמתה של השפה, אשר אף עם ביטוייה המסורבלים ביותר, הרי שככל שמורכבים היו היחסים כך הלכה ופחתה האפשרות להשיג את הדיוק שהיה דרוש למשימתי. מחיסרון זה צמח הרעיון של כתב המושגים המוצע כאן. מטרתו הראשונית, אם כן, היא לאפשר לבדוק את התקפות של היסקים בצורה החמורה ביותר ולחשוף כל קדם-הנחה שמסתננת מבלי משים, מה שיאפשר להתחקות על מקורה. מטעם זה ויתרתי על ביטוי של כל מה שאיננו חשוב לקשר ההיסקי. עניין זה, שהוא היחיד שאעסוק בו, כיניתי ב־38 תוכן מושגי. יש לשים לב להסבר זה תמיד, אם רוצים לתפוס אל נכון את מהותו של כתב הנוסחאות שלי. וזהו גם מקורו של השם "כתב מושגים". מאחר שהגבלתי את עצמי בשלב זה לביטויים של אותם יחסים שאינם תלויים בתכונות האופייניות המסוימות של דברים, יכולתי גם להשתמש בביטוי "שפת נוסחאות של מחשבה טהורה". בנייתה על פי הדגם של שפת הנוסחאות של האריתמטיקה, שגם אותה ציינתי בכותרת, מתייחסת לרעיונות העיקריים יותר משהיא מתייחסת לפרטי המבנה. כל ניסיון ליצור ביניהם דומות מלאכותית, על ידי תפיסת מושג כסכום המאפיינים (Merkmale) שלו, רחוק מכוונתי. באופן המידי ביותר, שפת הנוסחאות שלי נוגעת בוז של האריתמטיקה באופן השימוש באותיות. אני מאמין, שאת היחס שבין שפת המושגים שלי ובין שפה טבעית אני יכול להבהיר באופן הטוב ביותר אם אשווה אותו ליחס שבין המיקרוסקופ והעין. לעין יתרון גדול על המיקרוסקופ – בהיקף השימושים בה ובגמישות שבה היא יכולה להתאים את עצמה לנסיבות השונות ביותר. כמכשיר אופטי יש לה כמובן הרבה חסרונות, אשר בדרך כלל אין שמים לב אליהם רק בגלל קשרה ההדוק עם חיי הרוח. אך ברגע שמטרות מדעיות מציבות דרישות חמורות של חדות, נראה שהעין אינה מספקת. המיקרוסקופ, לעומת זה,

מתאים בשלמות בדיוק למטרות אלו, אך מטעם זה עצמו הוא חסר תועלת לכל האחרות.

כך, כתב מושגים זה נועד להיות אמצעי עזר למטרות מדעיות מסוימות, ולכן אין לשפוט אותו לחובה רק מפני שהוא חסר ערך לאחרות. אם הוא עונה למטרות אלו במידה מסוימת, יכולה דעתנו לנוח אף אם לא נגלה בכתב זה שלי אמיתות חדשות. אנחם את עצמי בידיעה שגם קידום בנייתה של שיטה מקדם את המדע. בייקון חשב, ככלות הכל, שחשוב יותר לפתח אמצעי שעל ידיו ניתן יהיה למצוא כל דבר בקלות, מלגלות גילוי מסוים; ואכן כל הצעדים המדעיים הגדולים של העת האחרונה, מקורם בשיפור השיטה.

גם לייבניץ הכיר ביתרונות של שיטת סימון נאותה, ואולי אף הגוים בכך. הרעיון שלו, של קרקטריסטיקה כוללת, של תחשיב פילוסופי או מחשבתי (calculus philosophicus oder ratiocinator),* היה נועז מכדי שהניסיון לממשו יוכל להתקדם אל מעבר להכנות בלבד. ההתלהבות שאחזה בממציא הרעיון כששיווה ברוחו איזה גידול עצום בכוח השכל של האדם יושג בעזרת שיטת סימון שבה הסימנים מתאימים לדברים עצמם, הביאה אותו להמעט בחומרת הקשיים שבפניהם ניצבת משימה כזו. ואף אם מטרה נעלה זו אינה ניתנת להשגה בקפיצה אחת, אין להתייאש מלנסות להתקרב אליה צעד-צעד. אם בעיה אינה ניתנת לפתרון במלוא כללותה, ניתן לצמצמה באורח זמני. כך אפשר להתגבר עליה בהדרגה. אפשר לראות בסימנים של האריתמטיקה, הגיאומטריה והכימיה מימושים חלקיים של הרעיון הלייבניצי בשטחים מסוימים. כתב המושגים המוצע כאן מוסיף עוד תחום כזה; לאמיתו של דבר – תחום מרכזי שנוגע לכל האחרים. ומנקודה זו אנו יכולים, עם ציפייה גדולה להצלחה, להתחיל למלא את הפערים שבשפות הנוסחאות הקיימות, לקשר את השטחים הנפרדים עד כה לתחום של שפה אחת ולהרחיב תחום זה לשטחים שעד כה חסרו שפה כזו.

אני משוכנע שאפשר להשתמש בהצלחה בכתב המושגים שלי, בכל מקום שבו חייבים להעניק ערך מיוחד לתקפותן של הוכחות, כגון ביסודות החשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי.

נראה לי, שקל אף יותר להרחיב תחום שפה זו לגיאומטריה; צריך רק להוסיף כמה סימנים ליחסים האינטואיטיביים (anschaulichen Verhältnisse)² המופיעים כאן. ובדרך זו נשיג מעין אנאליזת מצב (analysis situs).³

* ראה על כך: Trendelenburg, *Historische Beiträge zur Philosophie*, כרך 3.

המעבר לתורת תנועה טהורה ומשם הלאה למכניקה ולפיזיקה, נראה כאן אפשרי בהחלט. שני השטחים האחרונים, שבהם מדובר לא רק בהכרח מושגי אלא גם בהכרח אמפירי, הם הראשונים שבהם ניתן לצפות לפיתוח נוסף של דרכי הסימון עם התקדמות הידע. אולם אין זו סיבה לחכות עד שהתקדמות כזאת תיראה בלתי אפשרית.

אם אחת ממשימותיה של הפילוסופיה היא לשבור את השליטה של המילים על רוח האדם בחשיפת שגיאות ואשליות על היחסים בין מושגים, אשר לעתים קרובות, כתוצאה מן השימוש בשפה, לא ניתן כמעט למנוע אותן; אם אחת ממשימותיה היא לשחרר את המחשבה מן הכבלים שבהם היא נכבלת על ידי טבעם של אמצעי הביטוי של שפת היומיום; אזי כתב המושגים שלי, בפיתוח נוסף שלו למטרה זו, יכול לשמש כלי רב-תועלת גם לפילוסופים. אין ספק שגם באמצעותו, בהיותו אמצעי ייצוג חושי, אין אפשרות לשחזר את המחשבות בטהרתן. אבל יכולים אנו לצמצם את ההפרעות למעט ההכרחי והבלתי מזיק, מחד גיסא, ומאידך גיסא, עצם הינתנותם של אופני ביטוי כה שונים מאלה האופייניים לשפה הרגילה, מספקת הגנה מפני ההשפעה החד-צדדית של אופן ביטוי מסוים.

המצאת כתב המושגים הזה קידמה, כך נראה לי, גם את הלוגיקה. אני מקווה שהלוגיקנים לא יניחו לרושם הראשוני של זרות להרתיע אותם, ושהם לא ידחו את החידושים שנאלצתי לחדש בגין הכרח הטבוע בעניין עצמו. הסטיות מן המסורת והמקובל מוצדקות בכך שהלוגיקה, עד עתה, נצמדה יתר על המידה לשפה ולדקדוק. אני מאמין במיוחד, שהמרת המושגים נושא ונושא (סובייקט ופרדיקאט) בארגומנט ופונקציה תוכיח את עצמה במשך הזמן. קל לראות שתפיסת תוכן כפונקציה של ארגומנט מביאה ליצירת מושגים. יתר על כן, ראויה לציון הוכחת הקשר בין משמעויות המילים: אם, ו, לא, או, יש, כמה, כל וכולי.

כאן אין לי להעיר אלא על העניינים הבאים:

הצמצום שמדובר בו ב־§ 6 לכלל היסק אחד מוצדק בכך שכשעוסקים ביסודות כתב מושגים כזה, אם רוצים ראות מקיפה (Uebersichtlichkeit) וסדר, יש להשתמש במרכיבי היסוד הפשוטים ביותר האפשריים. אין זה מונע שבשלב מאוחר יותר, מעברים מסוימים ממספר שיפוטים לשיפוט חדש, אשר יִדְרְשוּ, אם נסתפק בכלל ההיסק היחיד הזה, שלבים אמצעיים, יוכלו להיות מקוצרים בקיצורים שיהפכו אותם למידיים.

הקרמה | 7

שמתי לב, מאוחר יותר, שאת הנוסחאות (31) ו־(41) אפשר לבטא בנוסחה היחידה

$$\text{I} \text{---} (\text{TT } a \equiv a)$$

המאפשרת פישוטים נוספים.

כפי שהזכרתי בראשית דבריי, האריתמטיקה הייתה נקודת המוצא שהובילה אותי לכתב המושגים שלי. אי לזאת יש בדעתי להחיל אותו בראש ובראשונה על מדע זה, ובכך לספק ניתוח מפורט יותר של מושגיו וביסוס מעמיק יותר של משפטיו. בינתיים ציינתי בפרק השלישי כמה מן הפיתוחים בכיוון זה. תוצאות נוספות בדרך זו – הבהרת מושגי המספר, הגודל וכולי – יהיו נושא למחקרים נוספים, שאותם אפרסם מיד לאחר חיבור זה.

ינה, 18 בדצמבר 1878